

文章编号: 1000-7598(2009)05-1247-06

堆石料等应力比路径四模量增量非线性模型

相彪¹, 张宗亮², 迟世春¹

(1.大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室, 大连 116024; 2.中国水电顾问集团 昆明勘测设计研究院, 昆明 650051)

摘要: 已有研究表明, 土石坝内堆石料在施工填筑期的应力路径可近似为主应力比为常数的路径。根据大型三轴仪上进行的两种应力路径排水试验, 即等向压缩的固结试验和等应力比值的剪切试验, 提出了一个四模量增量非线性模型。模型除给出了堆石料体积模量 K 和剪切模量 G 的表达式外, 对剪应力产生的体积应变和平均主应力产生的剪切应变也分别采用了交叉模量 J_1 、 J_2 表达。通过与试验数据的对比表明, 四模量增量非线性模型能够较好地预测堆石料在等应力比路径下的应力-应变关系。

关键词: 应力路径; 等应力比; 模量; 增量非线性模型

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

Four moduli incremental nonlinear model of rockfill under the path of constant stress ratio

XIANG Biao¹, ZHANG Zong-liang², CHI Shi-chun¹

(1. State Key Lab of the Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. China Hydropower Kunming Investigation, Design and Research Institute, Kunming 650051, China)

Abstract: Current researches indicate that the stress path of rockfill dam during dam construction can be approximated as that the principal stress ratio keeps constant. According to the triaxial drained tests conducted in large scale triaxial apparatus under two types of stress path, which are isotropic consolidation tests and shearing tests of constant stress ratio, a four moduli incremental nonlinear model was proposed. The model can not only present functional expressions of bulk modulus K and shear modulus G of rockfill, but also calculate volumetric strain produced by shearing stress and shearing strain produced by mean principal stress with the coupling modulus J_1 and J_2 . Compared with the test data, the model can present good predictions of the stress-strain relationships of rockfill under the path of constant stress ratio.

Key words: stress path; constant stress ratio; modulus; incremental nonlinear model

1 引言

土石坝是最有代表性的用堆石料建造的大型建筑物。除土石坝建设采用堆石料外, 机场、公路、铁路、房屋地基等建筑也广泛使用堆石料。但目前对堆石料力学性质的了解还不够深入, 其研究成果多延用砂土材料。与砂土相比, 堆石料在受力过程中颗粒间的摩擦、剪胀以及破碎具有不同的力学性质。一般而言, 堆石体颗粒更容易破碎, 从而抑制剪胀现象的产生; 堆石料的摩擦作用也较明显。因此, 寻求适于堆石料的建模方式一直是工程学术界努力的方向。

确定土体力学性质的常规三轴试验方法通常是在围压恒定条件下对试样进行轴向压缩, 测定轴向变形、环向变形与应力之间的关系。但试验研究表明, 土体变形不仅与其所处的应力状态有关, 也与所经历的应力路径相关。国外学者 Lambe 分析了油罐地基的不同应力路径, 指出竖向应变不仅随着荷载大小而变, 还与加载路径有关。国内许多学者^[1-2]进行过应力路径课题的研究, 分析了应力路径对土体应变的影响。堆石料也具有明显的应力路径相关性, 因此, 若要准确地描述其力学性质, 室内试验的技术路径就需逼近真实的应力路径。

已有研究表明, 坝体堆石料在施工期的应力路

收稿日期: 2007-09-10

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 50479057)。

第一作者简介: 相彪, 男, 1979 年生, 博士研究生, 主要从事粗粒土本构关系方面的研究。E-mail: dlutvivid@yahoo.com.cn

径可近似为应力比不变的加载路径(q/p 为常数, 其中 p 为平均主应力, q 为广义剪应力)。但目前国内外提出的堆石料本构模型较少包含这种应力路径的影响。广泛采用的邓肯-张 $E-B$ 模型^[3]是在常规三轴试验基础上建立的。为了考虑剪胀性, 沈珠江提出了“南水”模型。兼顾到实用要求, 该模型延用了邓肯模型应力-应变关系的双曲线假设, 并认为体积应变与轴向应变为抛物线关系, 改进了泊松比的计算方法, 其计算结果优于邓肯-张 $E-B$ 模型。从 20 世纪 80 年代以来, 国内学者致力于 $K-G$ 模型描述堆石料的应力-应变关系, 先后提出了成科大修正 $K-G$ 模型和清华非线性解耦 $K-G$ 模型。实际应用表明, $K-G$ 模型的计算结果似乎稍接近原型观测成果^[4]。张林洪等^[5]曾进行过堆石料应力路径试验研究, 但没有提出合适的本构模型。

增量非线性模型是建立在次弹性理论^[6]基础上的, 如邓肯-张模型, 由于物理意义清楚, 参数可由常规三轴试验获得, 已得到普遍应用。但该模型只能大致描述以剪切为主的应力-应变关系, 不能描述土的剪胀特性以及次生各向异性^[7]。本文提出了一个完全解耦的四模量增量非线性模型, 适于描述堆石料在坝体施工期等应力比加载条件下的应力-应变关系。

2 试验内容及方法

试验岩样为云南省糯扎渡水电站心墙坝体主堆石料, 属优质堆石料。试样制备采用结合缩尺法先将设计级配缩小 3 倍后, 再采用等量替代法将超径部分逐级等量替代到 5~60 mm 各级粒组中。该方法可基本上保持原级配中粗砾的骨架作用, 并不因细料过多而改变堆石料的渗透性。制样孔隙率为 24%, 级配曲线如图 1 所示。

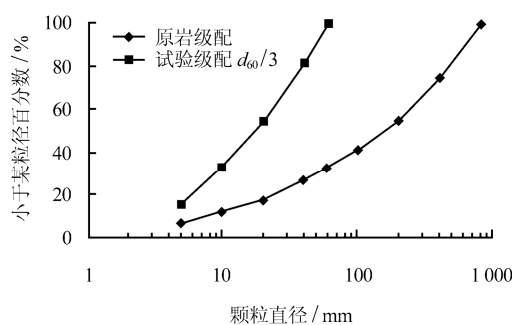


图 1 堆石料级配曲线

Fig.1 Particle size distribution curve of rockfill

试验内容如下: ①等向固结试验 每组试验等轴压缩应力按 0.1、0.5、1.0、1.5、2.0、2.5 MPa 进

行分级加载固结, 其中 1 组平行试验含 3 个滞回圈的卸载再加载; ②等应力比三轴试验 试验的加载方式为应力控制式, 每组试验主应力比值($R = \sigma_1/\sigma_3$)分别为 1.5、2.0、2.5、3.0、3.5、4.0, 加载围压 σ_3 直至 2.5 MPa 后结束试验, 等应力比路径如图 2 所示。本次试验的相关内容可参见文献[8]。

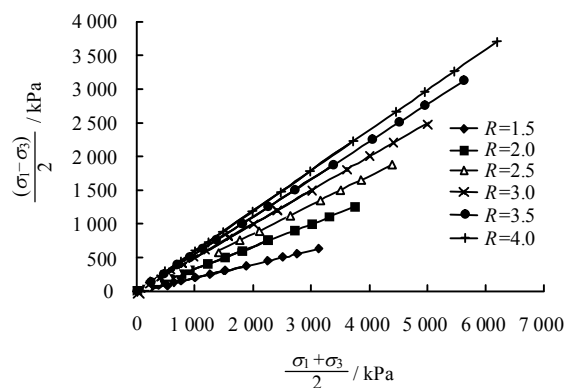


图 2 等应力比加载路径

Fig.2 Loading paths of constant stress ratio

3 四模量增量模型

以弹性理论为基础的非线性弹性分析方法, 其应力-应变关系由广义虎克定律导出, 用两个变形模量 K 、 G 来联系:

$$d\varepsilon_v = \frac{1}{K} dp \quad (1)$$

$$d\varepsilon_s = \frac{1}{3G} dq \quad (2)$$

如果考虑应力、应变球张量与偏张量的耦合效应, 剪应力会引起体积膨胀, 平均主应力也会产生剪切应变, 则式 (1)、(2) 可改写为

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_{vp} + d\varepsilon_{vq} = \frac{\partial \varepsilon_{vp}}{\partial p} dp + \frac{\partial \varepsilon_{vq}}{\partial q} dq \quad (3)$$

$$d\varepsilon_s = d\varepsilon_{sp} + d\varepsilon_{sq} = \frac{\partial \varepsilon_{sp}}{\partial p} dp + \frac{\partial \varepsilon_{sq}}{\partial q} dq \quad (4)$$

式 (3)、(4) 表明, 体应变 ε_v 或广义剪应变 ε_s 是平均主应力 p 和剪应力 q 各自独立作用的结果, 两式表示成模量的形式如下:

$$d\varepsilon_v = \frac{1}{K} dp + \frac{1}{J_1} dq \quad (5)$$

$$d\varepsilon_s = \frac{1}{J_2} dp + \frac{1}{3G} dq \quad (6)$$

式中: K 为体积模量; G 为剪切模量; J_1 、 J_2 均为

交叉模量, J_1 可考虑剪应力增量 dq 产生的体积应变, 而 J_2 可考虑平均主应力增量 dp 产生的剪切应变。殷建华曾提出 K - G - J 模型, 假定 dp - $d\varepsilon_s$ 和 dq - $d\varepsilon_v$ 的耦合由同一模量 J 描述^[9], 本文通过对试验结果的整理, 认为交叉模量 $J_1 \neq J_2$, 两者分别采用不同的表达式, 使之适合于描述堆石料等应力比路径直接加载情况下的应力-应变-体变关系。

3.1 体积模量 K_t

在等向固结试验中, 剪应力 $q=0$, 体积应变全部是由平均主应力 p 所产生, $\varepsilon_v = \varepsilon_{vp}$ 。对等向固结试验 ε_{vp} - p 曲线进行整理, 通过相邻试验点之间的差值近似得到切线体积模量 $K_t = \Delta p / \Delta \varepsilon_{vp}$ 。将 K_t 值与相应的平均主应力 p 绘于图 3, 发现 K_t 与 p 之间具有非线性关系, 曲线不过原点, 具有一定初值, 呈双曲线形式, 公式如下:

$$K_t = \frac{p}{\alpha_k p + \beta_k} + K_i \quad (7)$$

式中: α_k 、 β_k 、 K_i 均为模型参数。确定 3 参数后, 便可通过式 (7) 计算并绘出 ε_{vp} - p 关系曲线, 等向固结试验的拟合结果如图 4 所示, 试验成果中含有 2 组直接加载试验和 1 组包含卸载一再加载试验。从图 4 可以看出, 采用双曲线形式表达的切线体积

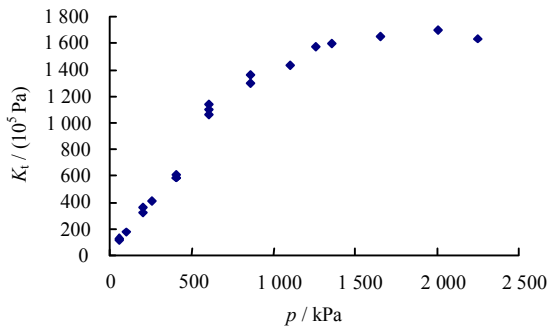


图 3 K_t - p 关系曲线

Fig.3 Relationship between K_t and p

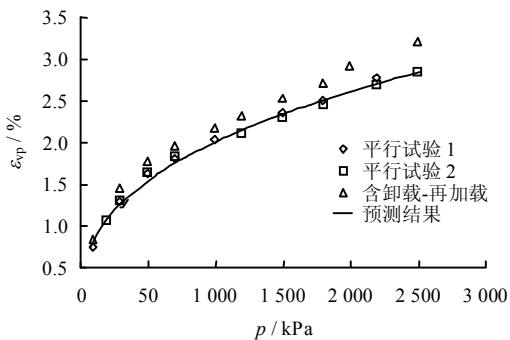


图 4 等向固结试验拟合曲线

Fig.4 Comparisons between predicted and measured ε_{vp} vs. p curves in isotropic consolidation tests

模量 K 能够很好地模拟体积应变随平均主应力 p 的变化规律, 而图中三角形压缩曲线由于含有多次的卸载一再加载过程, 导致体变值偏大 (其卸载一再加载段基本重合, 图中已略去, 只列出直接加载点)。因此, 式 (7) 只适于描述直接加载的情况, 而对于含有卸载一再加载的情况不宜应用。土石坝在等应力比填筑过程中平均主应力 p 是单调增加的, 因而可以采用这种切线体积模量的双曲线形式的表达。

3.2 交叉模量 J_1

在等应力比路径条件下, 通过各试验点平均主应力 p 及由式 (7) 计算得到的切线体积模量 K_t , 可以得出体变值 $d\varepsilon_{vp} = dp / K_t$, 再将总体变 $d\varepsilon_v$ 中扣除 $d\varepsilon_{vp}$, 即得到由剪应力 dq 所产生的体变值 $d\varepsilon_{vq}$ ($d\varepsilon_{vq} = d\varepsilon_v - d\varepsilon_{vp}$)。整理出交叉模量 J_1 ($J_1 = dq / d\varepsilon_{vq}$), 寻求它与应力状态 (p, q) 之间的关系, 表达较好的关系曲线, 如图 5 所示。图中 $1/J_1$ 为交叉模量的倒数, $\eta = q/p$ 为应力比值, $1/J_1 - \lg(p/p_a)$ 函数关系式可以表示为

$$\frac{1}{J_1} = \frac{\lg(p/p_a)}{a_1 + b_1 \lg(p/p_a)} + c_1 \quad (8)$$

式中: a_1 、 b_1 、 c_1 均为模型参数; p_a 为单位大气压力。

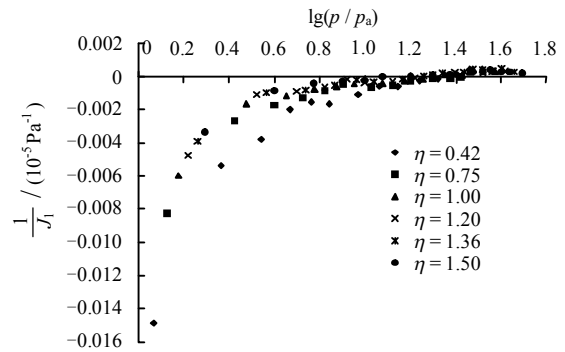


图 5 $1/J_1$ - $\lg(p/p_a)$ 关系曲线

Fig.5 Relationship between $1/J_1$ and $\lg(p/p_a)$

结合图 5 不难发现, 各等应力比关系曲线近似为双曲线形式, 各曲线前半段曲率有所不同, 初始斜率由 $1/a_1$ 控制, 渐近线基本重合, 渐近值由 $1/b_1$ 控制, 而后统一沿着竖轴移动 c_1 的距离, 由此可以判定参数 b_1 、 c_1 为常值, a_1 随应力比 η 不同而变化, 反映了图 5 中不同等应力比关系曲线前半段数值上的差异, 参数 a_1 随应力比 η 变化规律如图 6 所示。

这样, 通过 6 个参数定义 2 个模量 K 、 J_1 , 依据式 (5) 完成了模型对体积应变部分的表达。

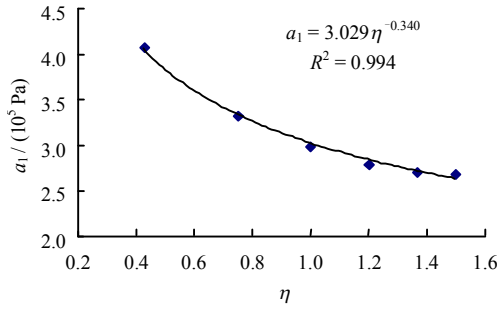


图6 参数 a_1 随应力比 η 变化关系曲线
Fig.6 Relationship between parameter a_1 and stress ratio η

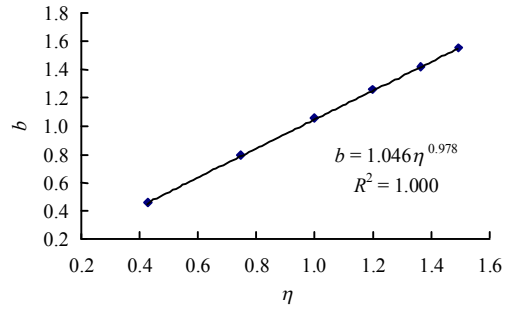


图7 参数 b 随应力比 η 变化关系曲线
Fig.7 Relationship between parameter b and stress ratio η

3.3 剪切模量 G 和交叉模量 J_2

屈智炯等^[10]曾提出简化 $K-G$ 模型, 针对粗粒土等 p 三轴排水剪切试验, 得到不同 p 时相应的 q - ε_s 关系曲线, 其微分关系如式 (9), 剪切模量 G_t 的表达如式 (10), 其中 a 、 b 、 β_G 均为模型参数。在等 p 三轴排水剪切试验中, $dp=0$, 剪切应变只由 dq 产生, 本文采用上述研究成果表达纯剪切效应。

$$d\varepsilon_{sq} = -\frac{1}{3\beta_G} \frac{1}{(a+bp-q)} dq \quad (9)$$

$$G_t = -\beta_G (a+bp-q) \quad (10)$$

在等应力比路径条件下, 假设 a 、 b 、 β_G 参数值, 代入式 (9) 求得由剪应力 dq 引起的剪应变 $d\varepsilon_{sq}$, 再将总剪应变 $d\varepsilon_s$ 中扣除 $d\varepsilon_{sq}$, 即得到由平均主应力 dp 所产生的剪应变值 $d\varepsilon_{sp}$ ($d\varepsilon_{sp} = d\varepsilon_s - d\varepsilon_{sq}$)。整理出交叉模量 J_2 ($J_2 = dp/d\varepsilon_{sp}$), 寻求它与应力状态 (p, q) 之间的关系, 表达较好的函数关系式为

$$\frac{1}{J_2} = \frac{-a_2}{(a_2 + b_2 p)^2} \quad (11)$$

式中: a_2 、 b_2 均为模型参数。至此, 模量 G 、 J_2 都可以通过函数关系式表达, 联立式 (6)、(10)、(11), 即得到剪应变增量关系式。

$$d\varepsilon_s = \frac{-a_2}{(a_2 + b_2 p)^2} dp - \frac{1}{3\beta_G} \frac{1}{(a+bp-q)} dq \quad (12)$$

应用最小二乘法求得不同等应力比路径下式 (12) 中各参数值, 发现在不同等应力比值的各组参数中 a 、 b_2 、 β_G 保持常值, a_2 、 b 随应力比 η 不同而有规律地变化, 如图 7、8 所示。

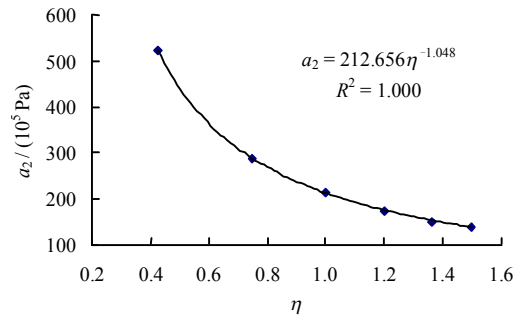


图8 参数 a_2 随应力比 η 变化关系曲线
Fig.8 Relationship between parameter a_2 and stress ratio η

这样, 通过 5 个参数定义 2 个模量 G 、 J_2 , 依据式 (6) 也完成了模型对剪切应变部分的表达。综合式 (5) ~ (8)、(12), 可以得到增量模型的柔度矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\frac{p}{\alpha_k p + \beta_k} + K_i} & \frac{\lg(p/p_a)}{a_1 + b_1 \lg(p/p_a)} + c_1 \\ \frac{-a_2}{(a_2 + b_2 p)^2} & -\frac{1}{3\beta_G} \frac{1}{(a+bp-q)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (13)$$

由最小二乘法得到的参数 a 、 b 、 β_G , 依据式 (10) 可以求得各增量步的纯剪切模量 G_t 值, 进而计算并绘出不同等应力比路径下 q - ε_{sq} 关系曲线。从图 9 可以看出, 各等应力比路径下纯剪切 q - ε_{sq} 关系曲线相似, 没有峰值, 剪应力呈单调上升的趋势, 这与等 p 试验的驼峰式剪切曲线有所不同, 分析其原因可能是施加的应力路径不同, 导致曲线的形式也有所差异。在等应力比加载过程中应力路径达不到破坏线, 剪应力 q 一直增加, 不会出现峰值, 剪应变 ε_{sq} 也随着 q 的增加而增大。由于加载点越来越远离破坏线, 导致剪应变增大幅度越来越小, 这在

图9中都很好地表现出来, 而等 p 试验应力路径在 p - q 面内垂直水平向, 加载达到破坏线后剪应力 q 有所降低, 但剪应变 ε_{sq} 仍然随着 q 的变化而增大, 因而会出现剪应力 q 上升后又下降的驼峰式关系, 所以, 施加的应力路径形式是影响纯剪切关系曲线的重要因素。

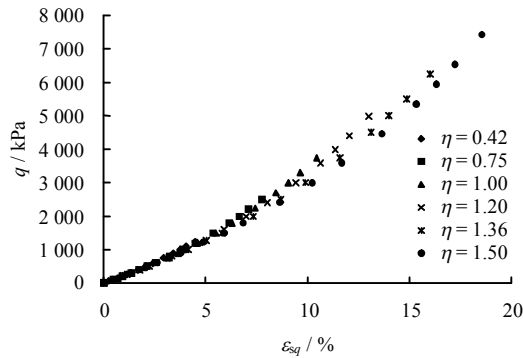


图9 等应力比路径下纯剪切关系曲线

Fig.9 Pure shear relationship between q and ε_{sq} under paths of constant stress ratio

另外, 由参数 a_2 、 b_2 , 依据式(11)可以求得各增量步的交叉模量 J_2 值, 进而绘出不同等应力比路径下 $1/J_2$ - $\lg(p/p_a)$ 关系曲线, 如图10所示。分析图5、10会发现, 交叉模量 J_1 和 J_2 随着 $\lg(p/p_a)$ 变化虽有相同的变化趋势, 但在曲线的数值和形式上都有所不同, 这也是本文开始时认为交叉模量 $J_1 \neq J_2$ 的原因, 目前还不能建立两者之间的关系, 而直接假定 $J_1 = J_2$ 也会造成拟合结果的较大偏差。

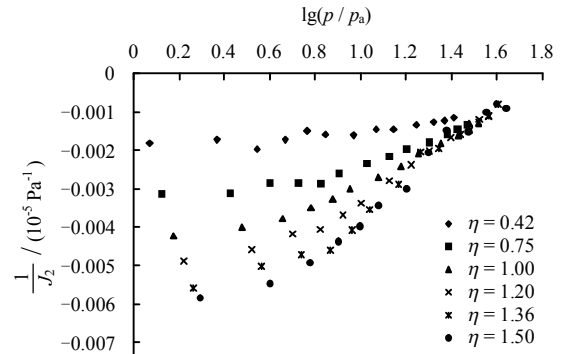


图10 $1/J_2$ - $\lg(p/p_a)$ 关系曲线

Fig.10 Relationship between $1/J_2$ and $\lg(p/p_a)$

4 模型参数及试验拟合

求取模型参数需要2种试验成果, 即等向固结试验和等应力比三轴试验。对于体变部分, 整理等向固结试验 ε_v - p 成果曲线, 对式(7)应用最小二乘法可得到参数 α_k 、 β_k 、 K_i 。在等应力比路径下通过参数 α_k 、 β_k 、 K_i 计算出各应力点的平均主应力 dp 产生的体变值 $d\varepsilon_{vp}$, 再从总应变 $d\varepsilon_v$ 中扣除, 得到剪应力 dq 产生的体变值 $d\varepsilon_{vq}$, 整理出交叉模量 J_1 , 对式(8)应用最小二乘法得到参数 a_1 、 b_1 、 c_1 。对于剪应变部分, 在等应力比路径下将实测得到的增量 $d\varepsilon_s$ 、 dp 、 dq 代入式(12), 最小二乘法求得参数 a_2 、 b_2 、 a 、 b 、 β_G 。模型共11个参数表达了4个模量 K 、 J_1 、 J_2 、 G , 完成了对等应力比路径应力-应变-体变关系曲线的描述。参数值见表1, 其中参数 a_1 、 a_2 、 b 随应力比 η 有规律变化, 其他参数为常值, 拟合结果如图11、12所示。

表1 4模量模型参数值

Table 1 Model parameters in four modulus expressions

K			J_1			J_2		G		
$K_i / (10^5 \text{ Pa})$	$\alpha_k / (10^{-5} \text{ Pa}^{-1})$	$\beta_k / \%$	$a_1 / (10^5 \text{ Pa})$	$b_1 / (10^5 \text{ Pa})$	$c_1 / (10^{-5} \text{ Pa}^{-1})$	$a_2 / (10^5 \text{ Pa})$	$b_2 / 10^2$	$\beta_G / 10^2$	a / kPa	b
66.45	3.70×10^{-4}	0.43	$3.029\eta^{-0.340}$	38.75	-2.43×10^{-2}	$212.656\eta^{-1.048}$	5.83×10^{-2}	-0.69	102.27	$1.046\eta^{0.978}$

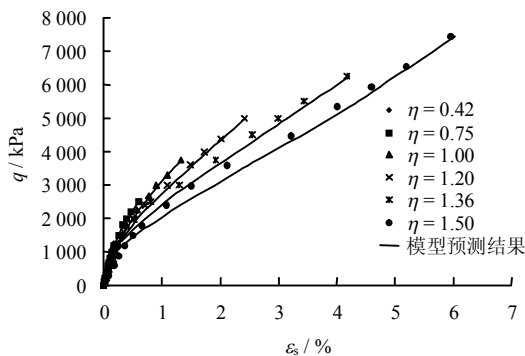


图11 等应力比路径应力-应变关系拟合曲线

Fig.11 Comparisons between predicted and measured stress-strain behavior under paths of constant stress ratio

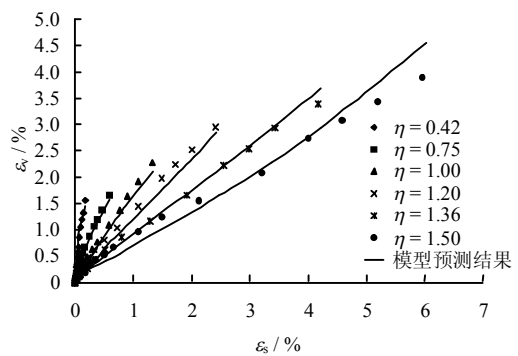


图12 等应力比路径体变关系拟合曲线

Fig.12 Comparisons between predicted and measured volume change response under paths of constant stress ratio

从图 11、12 中可以看出,模型能够很好地模拟不同等应力比路径下的应力-应变-体变关系曲线。虽然在应力比 $\eta = 1.50$ 时的体变曲线模拟结果与试验成果在数值上有一定的偏差,但也很好地反映了其变化趋势,而其他等应力比路径都达到了很好的拟合效果,验证了四模量增量模型的有效性。

5 结 论

(1) 介绍了一个等应力比路径四模量增量非线性模型,模型包含了 4 个模量:体积模量 K 、剪切模量 G 和交叉模量 J_1 、 J_2 。该模型能够描述堆石料在坝体填筑期等应力比路径下的应力-应变关系,可用于常规有限元计算使用。

(2) 在较大应力范围内,切线体积模量 K_t 与平均主应力 p 的关系曲线近似为双曲线型。在等应力比路径下,交叉模量 J_1 和 J_2 随应力虽有相同的变化趋势,但函数关系式不同, $J_1 \neq J_2$ 。

(3) 等应力比加载条件下的纯剪切 $q-\varepsilon_{sq}$ 关系曲线为单调上升型,不同于等 p 试验的驼峰式曲线,施加的应力路径形式是影响纯剪切关系曲线的重要因素。

参 考 文 献

- [1] 徐日庆, 龚晓南. 土的应力路径非线性行为[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(4): 56—60.
XU Ri-qing, GONG Xiao-nan. Nonlinear stress-path dependent behavior of soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(4): 56—60.
- [2] 邱金营. 应力路径对砂土应力应变关系的影响[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 75—82.
QIU Jin-ying. Effects of stress path on stress-strain behaviour of sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(2): 75—82.
- [3] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE**, 1970, 96(SM5): 1629—1654.
- [4] 郭诚谦. 土石坝的若干发展[J]. 水利水电技术, 1998, (10): 22—25.
- GUO Cheng-qian. Several developments of rockfill dam[J]. **Water Resources and Hydropower Engineering**, 1998, 29(10): 22—25.
- [5] 张林洪, 刘荣佩, 谢婉丽. 等应力比路径条件下堆石料的应力-应变特性[J]. 大坝观测与土工测试, 2001, 25(4): 46—49.
ZHANG Lin-hong, LIU Rong-pei, XIE Wan-li. Properties of stress and strain of rockfill under the path of equal stress ratio[J]. **Dam Observation and Geotechnical Tests**, 2001, 25(4): 46—49.
- [6] TRUESDELL C. Hypo-elasticity[J]. **Journal of Rational Mechanics and Analysis**, 1955, 4(1): 83—133.
- [7] 陈惠发, 萨里普 A F(美). 土木工程材料的本构方程 (第 1 卷: 弹性与建模)[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2001.
- [8] 相彪, 张宗亮, 迟世春. 堆石料等应力比路径三模量增量非线性模型[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(9): 1322—1326.
XIANG Biao, ZHANG Zong-liang, CHI Shi-chun. Three-modulus incremental nonlinear model of rockfill under paths of constant stress ratio[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2008, 30(9): 1322—1326.
- [9] 殷建华. 土的三模量增量非线性模型及其推广[J]. 岩土力学, 2000, 21(1): 16—19.
YIN Jian-hua. Three moduli incremental nonlinear models and generalization[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(1): 16—19.
- [10] 屈智炯, 何昌荣, 刘双光, 等. 新型石渣坝: 粗粒土筑坝的理论与实践[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2002.